

Ellisse:

La dimensione e la forma di un'ellisse sono determinate da due costanti, dette convenzionalmente  $a$  e  $b$ . La costante  $a$  è la lunghezza del semiasse maggiore; la costante  $b$  è la lunghezza del semiasse minore.

L'equazione dell'ellisse si trova eguagliando la somma delle distanze fra i fuochi e un punto generico  $P(x,y)$  e il doppio del semiasse maggiore.  $PF_1 + PF_2 = 2a$

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} + \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} = 2a$$

Per trovare l'equazione canonica o normale dell'ellisse (cioè con centro nell'origine e i fuochi nell'asse delle  $x$ ) sostituiamo  $y_1 = 0, y_2 = 0, x_1 = -c, x_2 = c, c = \sqrt{a^2 - b^2}$  e con le opportune

manipolazioni si ottiene un'ellisse centrato nell'origine di un sistema di assi cartesiani  $x-y$  con l'asse maggiore posto lungo l'asse delle ascisse è definito dall'equazione:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

La stessa ellisse è rappresentata anche dall'equazione parametrica:

$$\begin{aligned} x &= a \cos t \\ y &= b \sin t \\ 0 &\leq t < 2\pi \end{aligned}$$

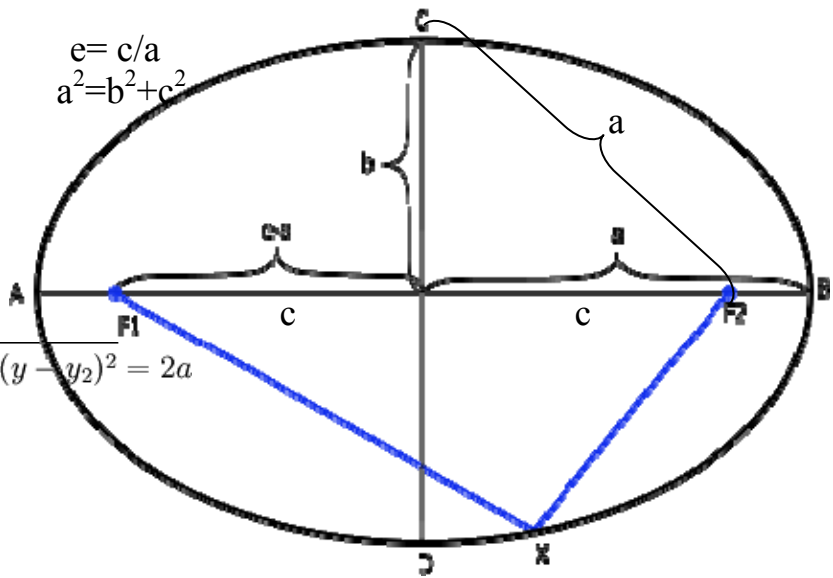
La forma di un'ellisse è solitamente espressa da un numero detto eccentricità dell'ellisse, convenzionalmente denotata da  $e$  (da non confondere con la costante matematica  $e$ ). L'eccentricità è legata ad  $a$  e  $b$  dall'espressione  $e = c / a$ . L'eccentricità è un numero positivo compreso tra 0 e 1, (se è pari a 0, l'ellisse è degenerata in una circonferenza, se è pari a 1 è degenerata in una retta). Maggiore è l'eccentricità, maggiore è il rapporto tra  $a$  e  $b$ , quindi l'ellisse è più allungata. La distanza tra i due fuochi è  $2c$ .

Il **semilato retto** di un'ellisse, solitamente denotata dalla lettera  $l$ , è la distanza tra il fuoco dell'ellisse e l'ellisse stessa misurata lungo una linea perpendicolare all'asse maggiore. È legata ad  $a$  e  $b$  dalla formula  $al = b^2$ .

In coordinate polari, un'ellisse con un fuoco nell'origine e l'altro lungo la parte negativa dell'asse delle ascisse è data dall'equazione:

$$r(1 + e \cos \theta) = l$$

L'area racchiusa da un'ellisse è  $S = \pi ab$ . La circonferenza di un'ellisse è  $c = 4aE(e)$ , dove la funzione  $E$  è l'integrale ellittico del secondo tipo.



L'eccentricità dell'orbita della Terra oggi è 0.0167. Nel tempo, l'eccentricità dell'orbita terrestre varia lentamente, passando da quasi 0 a circa 0.05 come risultato dell'attrazione gravitazionale tra i pianeti. Altre eccentricità importanti sono: Luna 0.0554, Mercurio 0.2056, Venere 0.0068, Marte 0.0934, Giove 0.0483, Saturno 0.0560, Urano 0.0461, Nettuno 0.0097, Plutone 0.2488

# Il moto dei pianeti – Ellissi e leggi varie

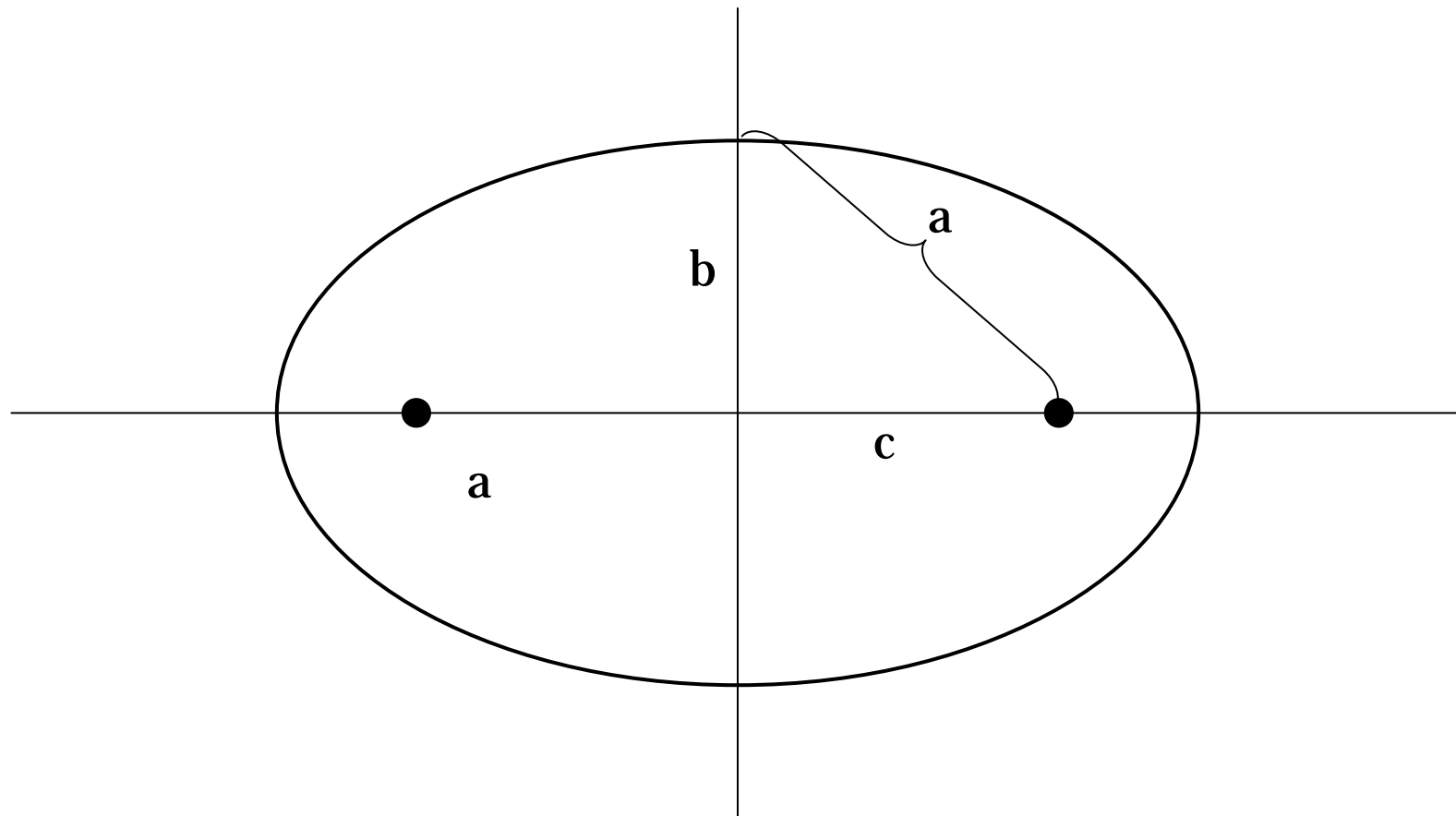
a = semiasse maggiore

b = semiasse minore

c = distanza fuochi-centro

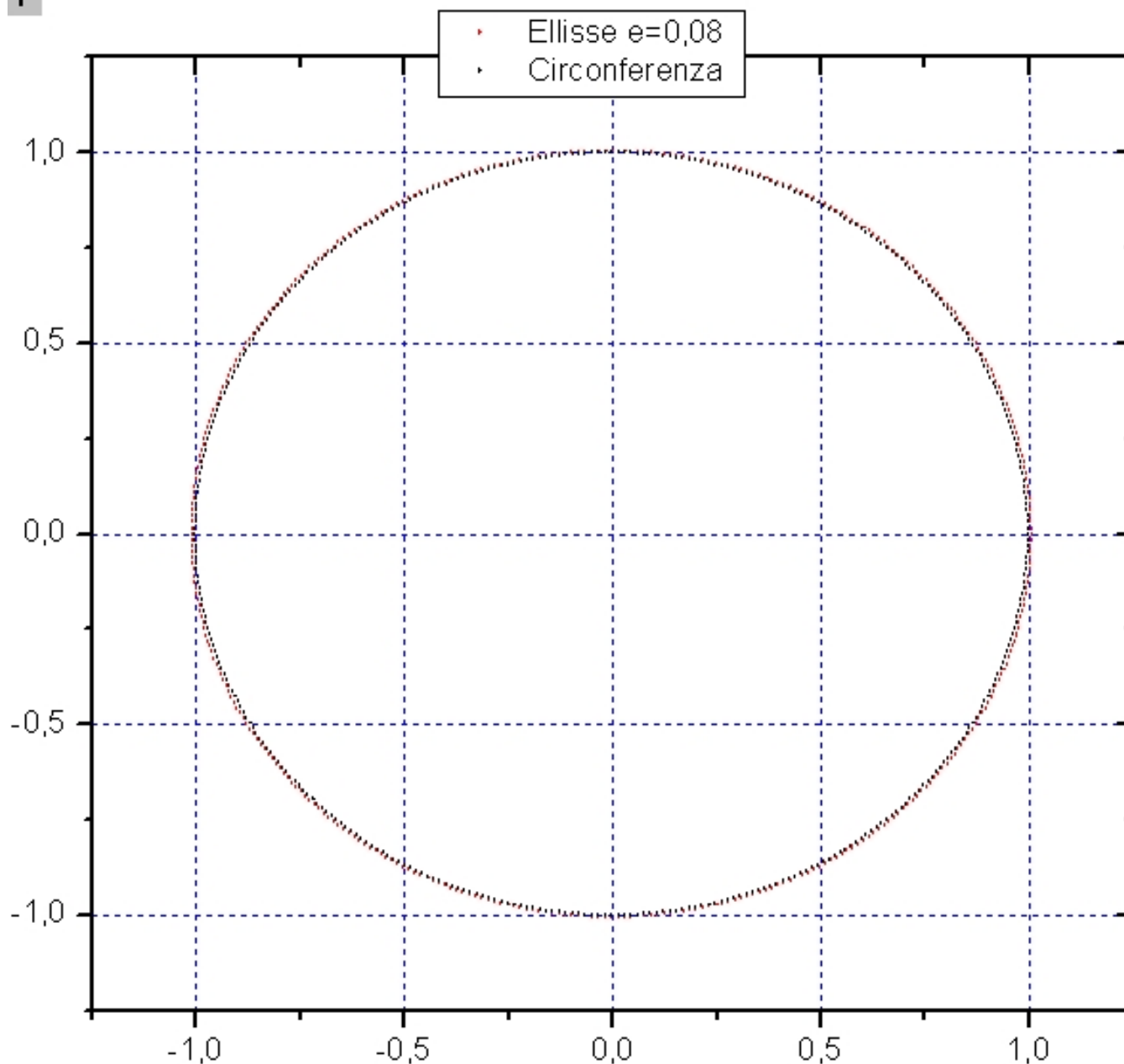
Se  $c=0$  l'ellisse diventa una circonferenza

L'eccentricità  $e = c/a$  ci dice quanto l'ellisse è "ellittica"

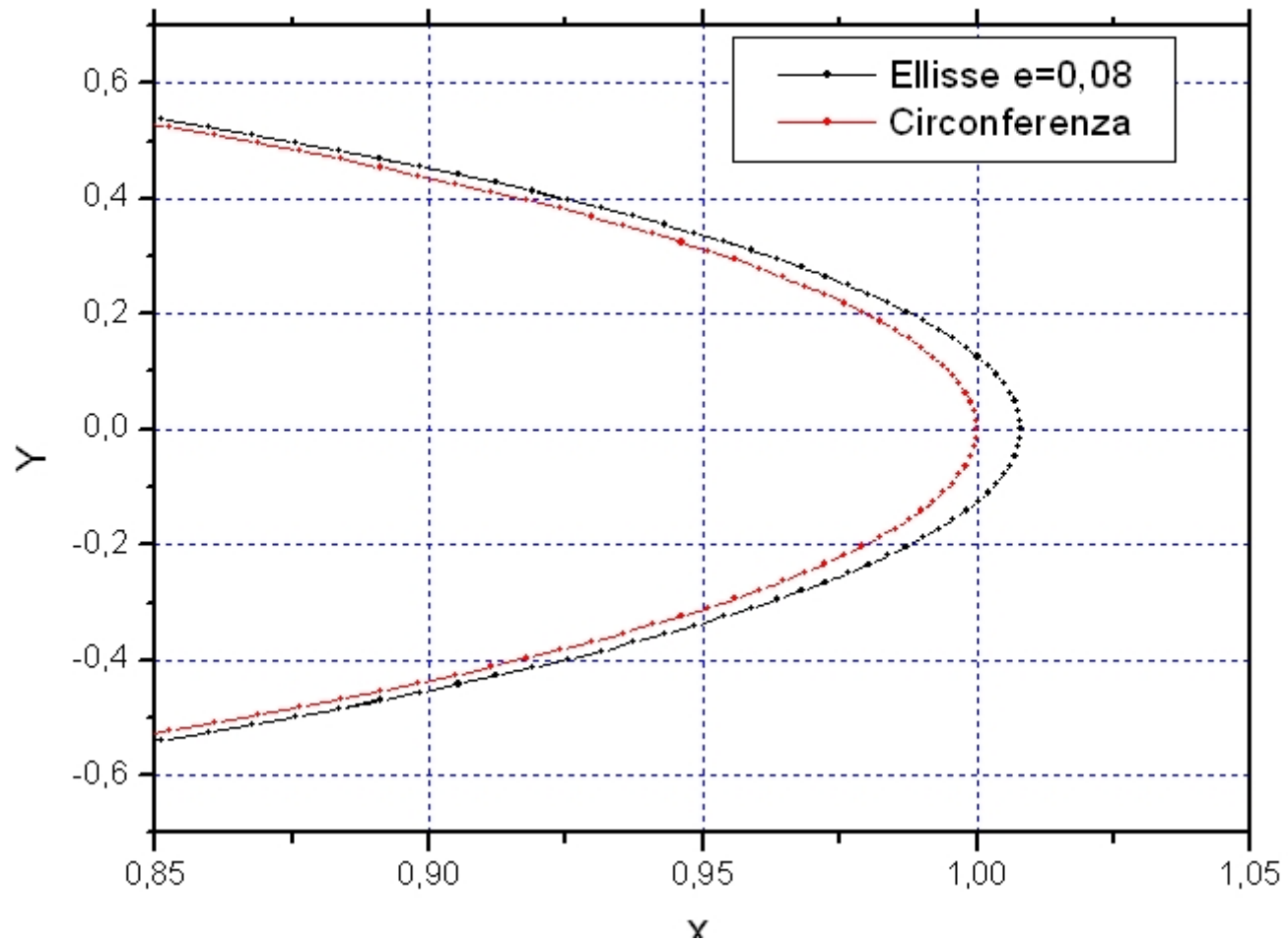


I pianeti hanno un moto ellittico? Sì, per accorgersene servono delle misure molto precise. Quanto?

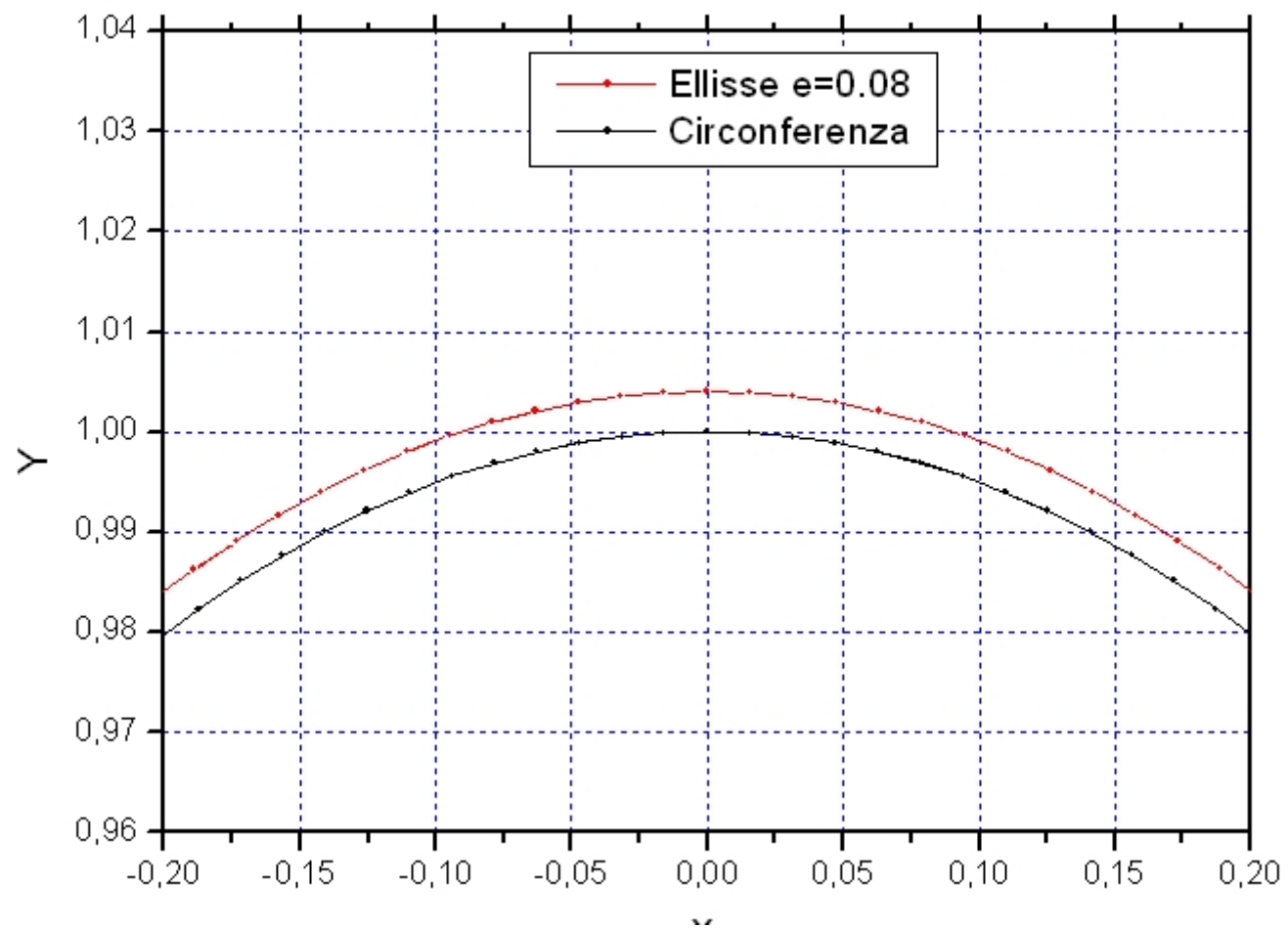
1



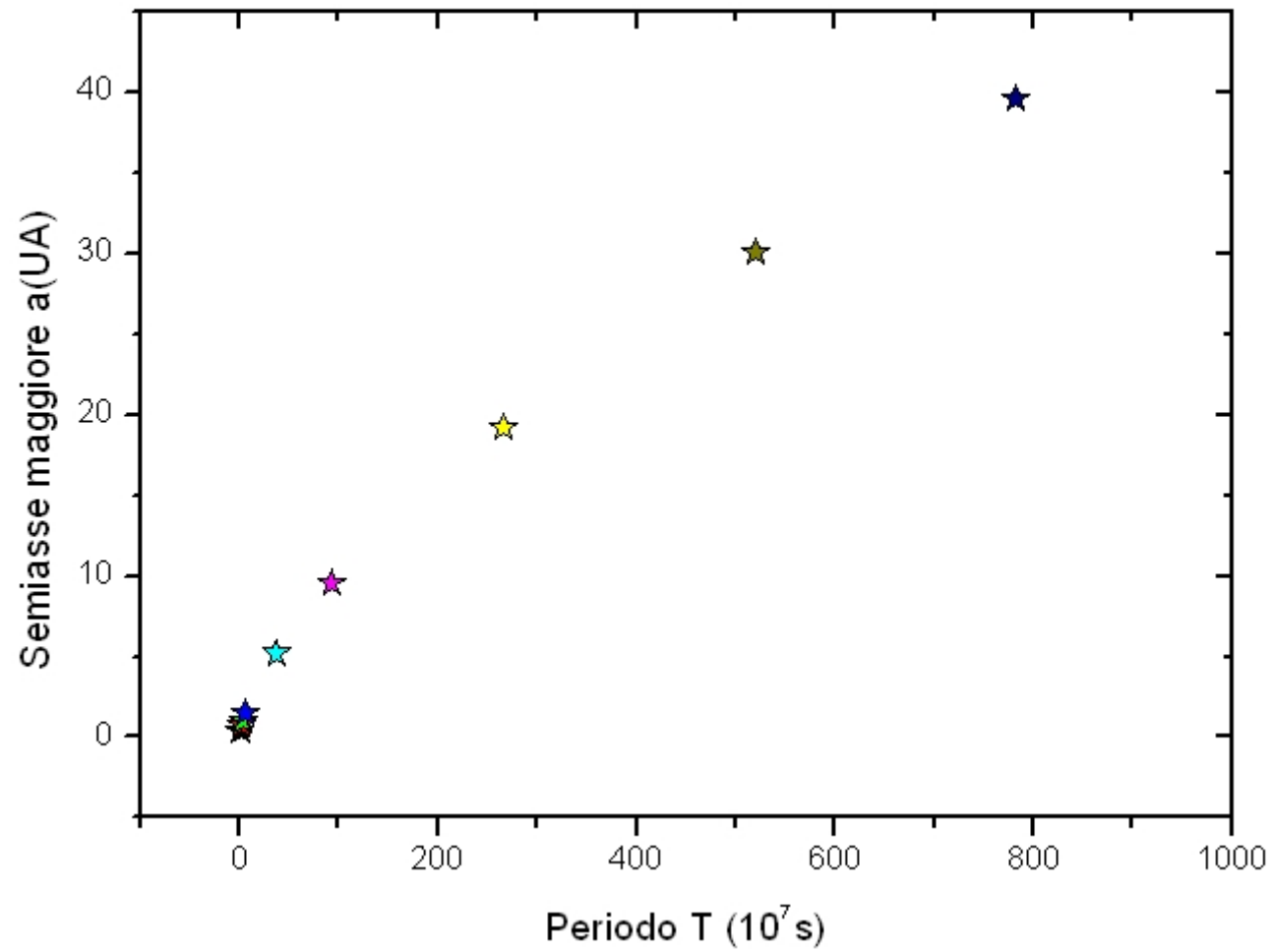
## I pianeti hanno un moto ellittico? II



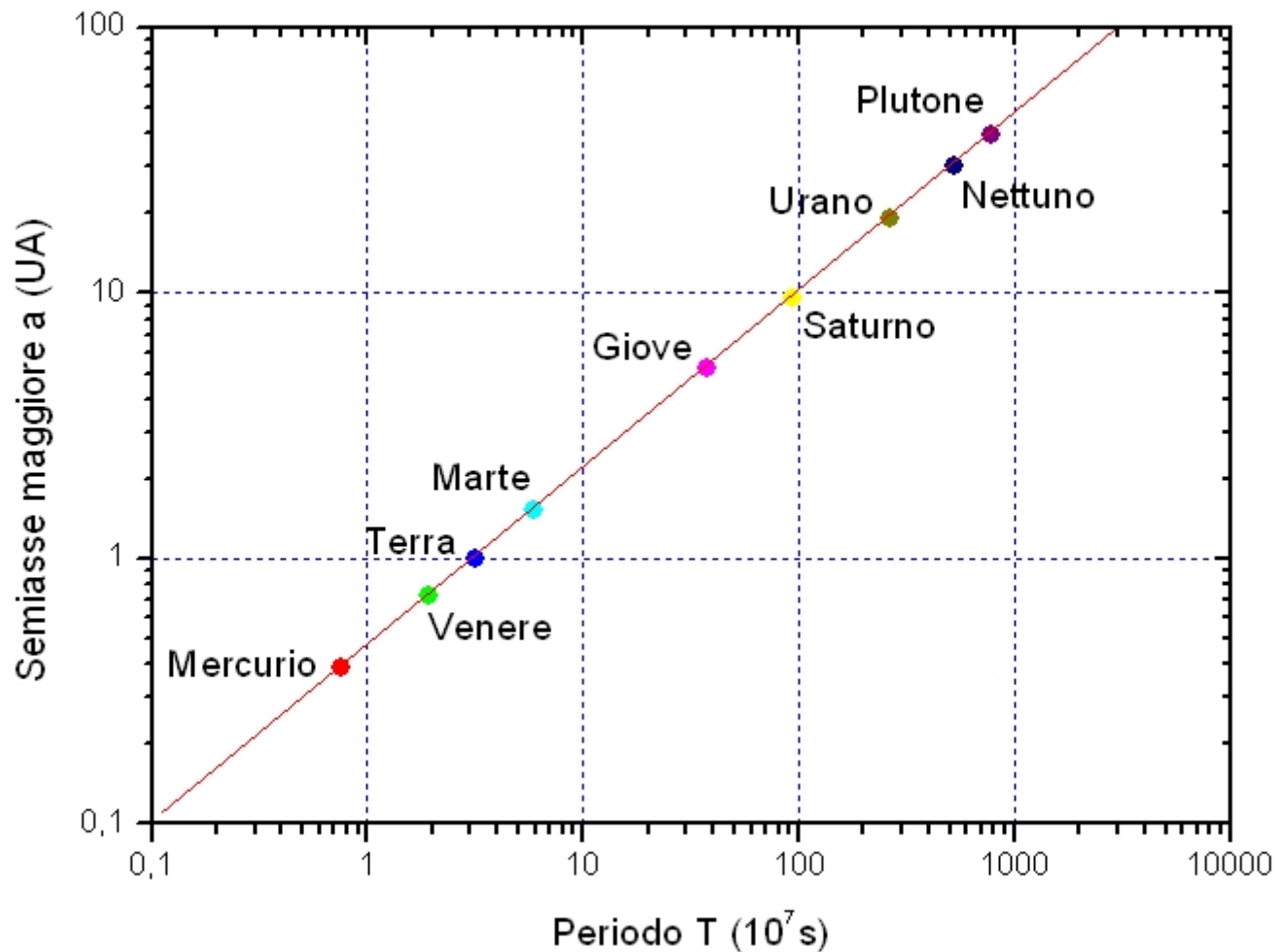
# I pianeti hanno un moto ellittico? III



La terza legge di Keplero: che relazione c'è fra a e T?



La terza legge di Keplero: che relazione c'è fra a e T?



$$\frac{T^2}{D^3} = k \Rightarrow T^2 = k \cdot D^3 \Rightarrow D = \left( \frac{T^2}{k} \right)^{1/3} = k' \cdot T^{2/3}$$